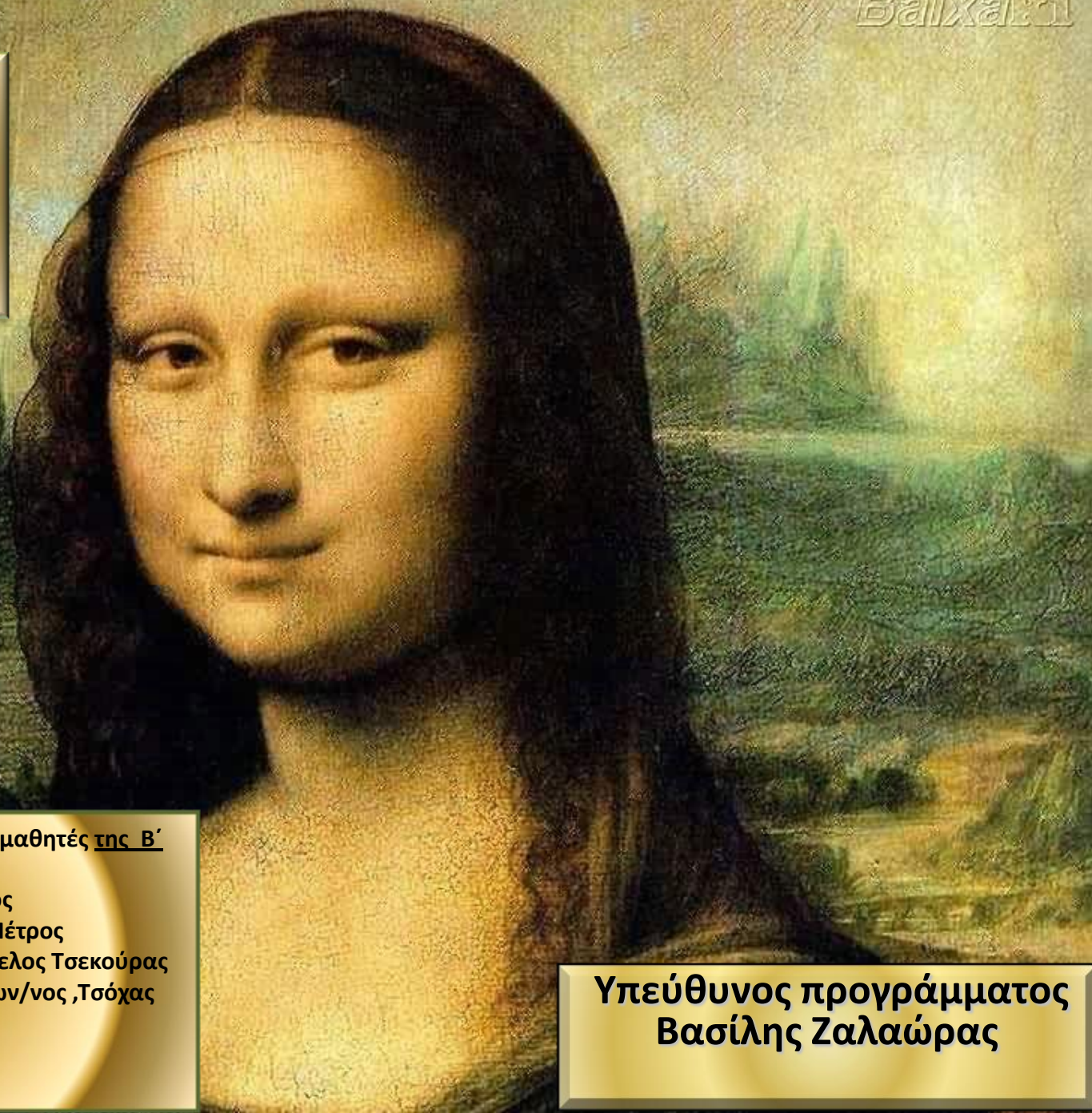


Εφαρμογές ΤΟΥ Ψ



Στο πρόγραμμα συνεργαστήκαν οι μαθητές της Β΄
Λυκείου

Γκαστερίδης Γεώργιος ,Δέδες Κων/νος
Κατσαντώνης Ευάγγελος, Μπαλτάς Πέτρος
Παπανάγνου Κων/νος ,Πολύζος Άγγελος Τσεκούρας
Νικόλαος -Άγγελος Τσιρογιάννης Κων/νος ,Τσόχας
Κυριακός

Υπεύθυνος προγράμματος
Βασίλης Ζαλαώρας

Ο αριθμός φ στο πέρασμα της ιστορίας

- Την χρυσή τομή εισήγαγε και υπολόγισε ο Πυθαγόρας (585 - 500 π.Χ.) που γεννήθηκε στη Σάμο και ίδρυσε σημαντικότερη φιλοσοφική σχολή στον Κρότωνα της Μεγάλης Ελλάδας (Κάτω Ιταλία)
- Η χρυσή τομή συμβολίζεται με το γράμμα φ προς τιμήν του Φειδία του γνωστότερου ίσως γλύπτη της ελληνικής αρχαιότητας, και του σημαντικότερου της κλασικής περιόδου
- 1700 χρόνια νωρίτερα είχε ασχοληθεί μαζί του ο Ευκλείδης αλλά τα βιβλία που αναφέρονται σε αυτόν δεν είναι κυρίως βιβλία μαθηματικών
- Είναι βιβλία διαπνεόμενα από μυστικισμό και μας μιλούν για την επιτυχία που είχε ο φ διατηρούμενος σαν λείψανο από τους αρχαίους μύστες, μας λένε πως ο φ είναι ένα μυστικό της ομορφιάς το οποίο διατηρήθηκε και πως δεν είναι τυχαίο ότι η πρόσοψη του Παρθενώνα εγγράφεται σε ένα χρυσό ορθογώνιο με πλευρές που έχουν λόγο φ
- Είναι, εξάλλου γνωστός ο αποκρυφισμός που διέπνεε τους πυθαγόρειους

Ο αριθμός φ στο πέρασμα της ιστορίας

- Από όλα αυτά εκείνο που κεντρίζει ιδιαίτερα τον αναγνώστη με επιστημονική περιέργεια είναι η ομολογουμένως συγκλονιστική διαιώνιση στον κόσμο μας ενός «χρυσού κανόνα».
- Οι Ευρωπαίοι τον πρωτογνώρισαν στα κείμενα και στα οικοδομήματα των δικών μας προγόνων ως μια γεωμετρική αναλογία διαδοχικών ευθύγραμμων τμημάτων, ορθογωνίων ή όγκων, που είναι «η πιο αρμονική και αισθητικά ευχάριστη στο μάτι».
- Την είχε βρει ο Πυθαγόρας - τον 5ο αιώνα π.Χ. - και την είχε απεικονίσει στο σύμβολο της σχολής του, το πεντάγραμμα.
- Έπειτα την εφήρμοσαν ο Ικτίνος, ο Καλλικράτης και ο Φειδίας στον Παρθενώνα, τη διατύπωσε μαθηματικά ο Ευκλείδης - το 300 π.Χ. -, την υιοθέτησε ο Πλάτωνας στα ιδεατά του σχήματα που συνθέτουν τον κόσμο και με βάση αυτήν έχτισαν οι Ρωμαίοι το Κολοσσαίο και την Αψίδα του Θριάμβου του Μεγάλου Κωνσταντίνου...

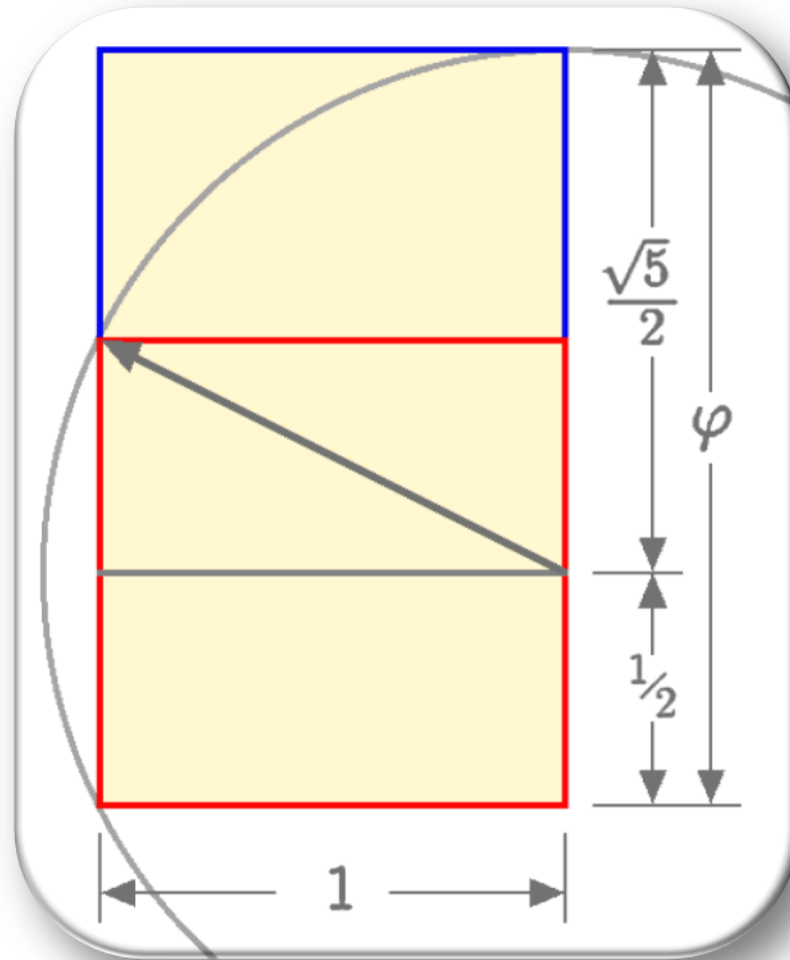
Ο αριθμός φ στο πέρασμα της ιστορίας

- Μετά τον Μεσαίωνα και με το πέρασμα της πνευματικής σκυτάλης στους Δυτικούς, την ξαναβρήκε ο Λεονάρντο Πιζάνο-Μπονάτσι (γνωστός ως Φιμπονάτσι) όταν διδάχθηκε από τους Μαυριτανούς το δεκαδικό σύστημα και τις μαθηματικές θεωρίες των Ελλήνων και των Ινδών
- Την εισήγαγε στις αρχές του 12ου αιώνα στην Ιταλία και την υιοθέτησαν προπομποί της Αναγέννησης όπως ο Ντα Βίντσι, αργότερα ζωγράφοι όπως ο Μοντριάν και πολύ μετά ο Σαλβαντόρ Νταλί, μουσικοσυνθέτες όπως ο Μότσαρτ, ο Μπέλα Μπάρτοκ και ο Ντεμπυσί αλλά και σπουδαίοι αρχιτέκτονες του 20ού αιώνα, όπως ο Λε Κορμπυζιέ

Ο αριθμός φ στο πέρασμα της ιστορίας

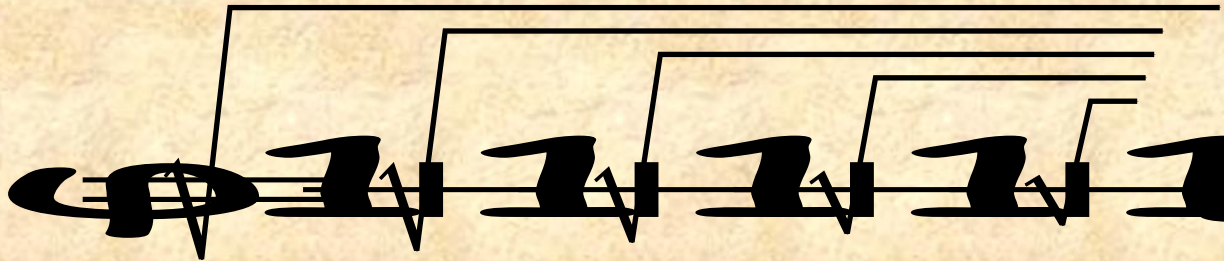
- Ακόμη και σήμερα χρησιμοποιείται για την απόδοση της αρμονίας σε έργα, ή στην πλαστική χειρουργική για την ωραιοποίηση του ανθρώπινου προσώπου
- Στο ανθρώπινο σώμα ο χρυσός λόγος εντοπίζεται σε πολλές ανατομικές αναλογίες, τις οποίες παρατήρησε και κατέγραψε ο Λεονάρντο ντα Βίντσι στον **βιτρούβιο άντρα**
- Η χρυσή του συμβόλου «φ» εμφανίζεται πολύ αργότερα ύστερα από πρόταση του αμερικανού μαθηματικού Mark Barr
- Το πρότεινε ως αρχικό του ονόματος του γλύπτη Φειδία ο οποίος χρησιμοποίησε τη χρυσή τομή στα σχέδια των έργων του

Γεωμετρική κατασκευή του φ



Ο φ στην άλγεβρα

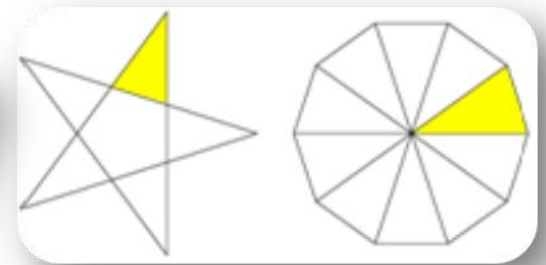
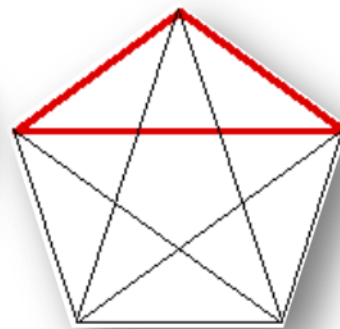
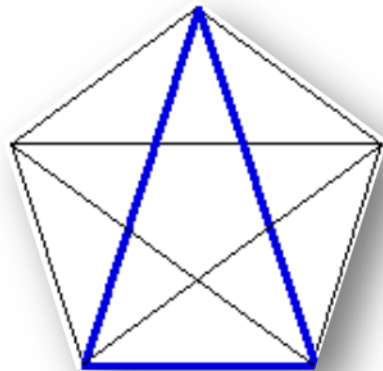
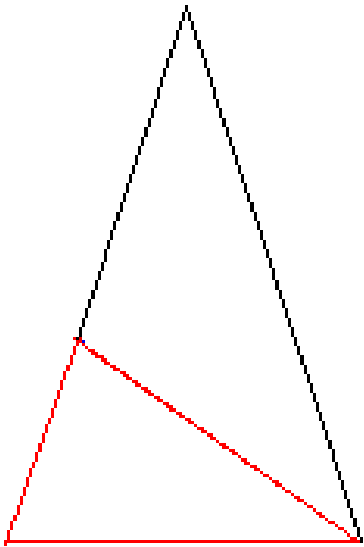
Ο φ είναι η θετική ρίζα της εξίσωσης
 $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$



$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

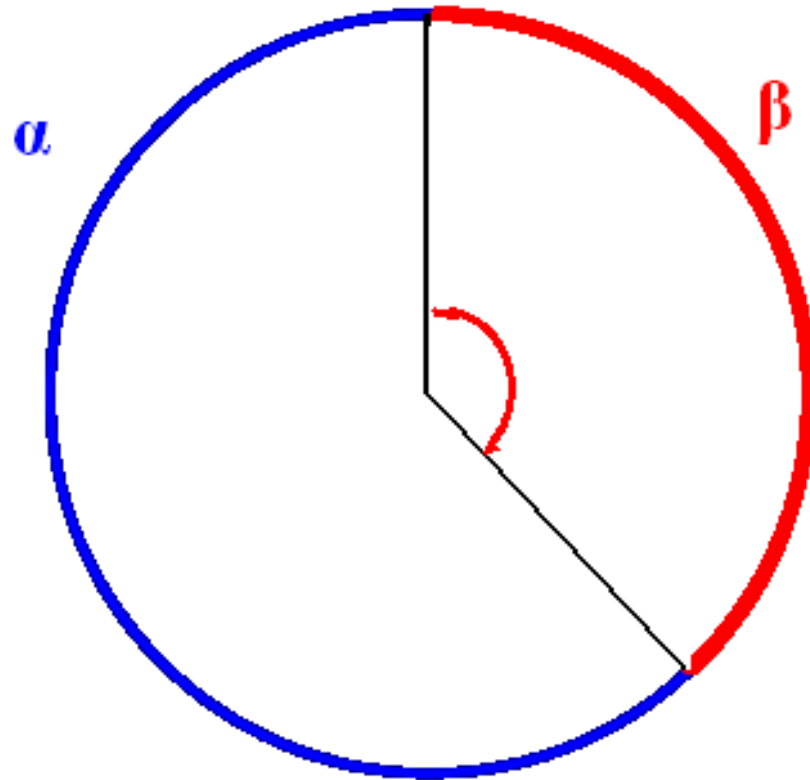
Χρυσό τρίγωνο

Χρυσό λέγεται κάθε ισοσκελές τρίγωνο στο οποίο ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή είναι ίσος με φ
Κάθε ισοσκελές με γωνία κορυφής 36° ή 108° είναι χρυσό.

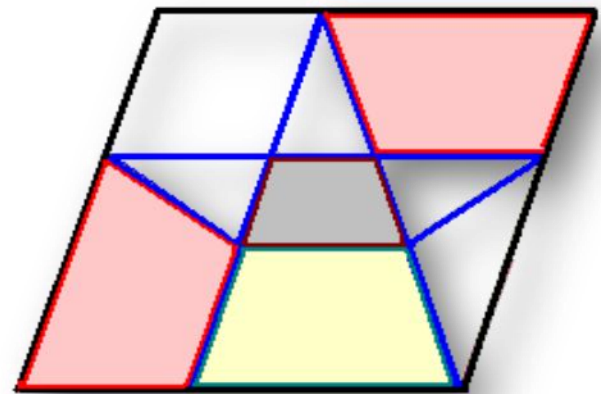
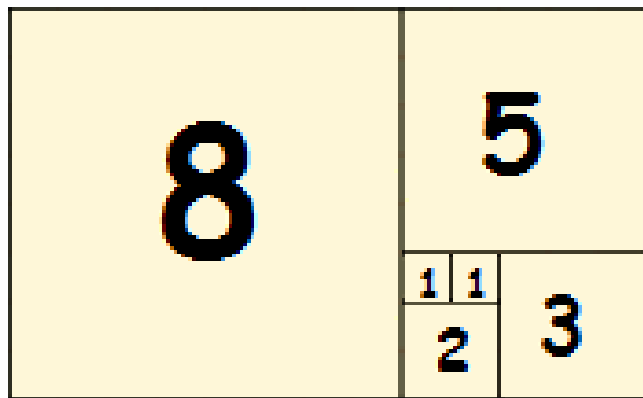


Χρυσή γωνία

$$\frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{\beta}{\alpha}$$

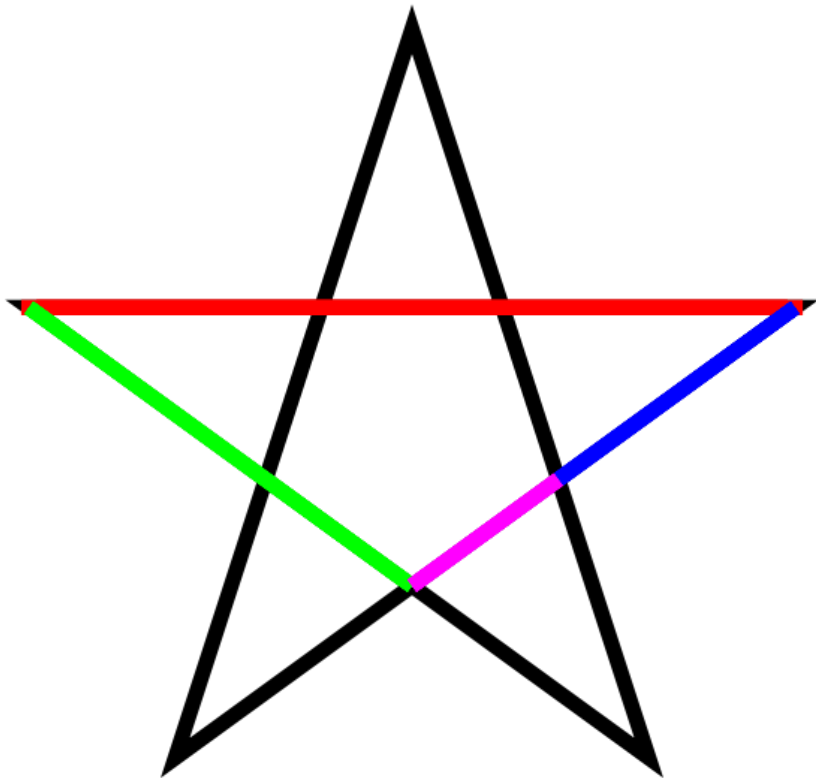


Χρυσό ορθογώνιο - Χρυσό τραπέζιο



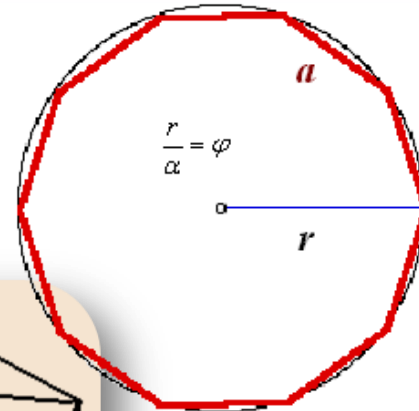
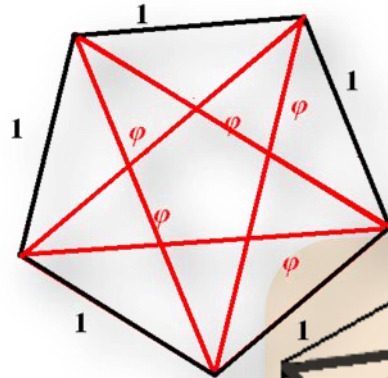
Το χρυσό ορθογώνιο έχει λόγο των πλευρών του ίσο με φ . $a/b = \varphi$
Αν του αποκόψουμε ένα τετράγωνο με πλευρά β , το ορθογώνιο με πλευρές β , γ που θα απομείνει θα είναι και πάλι χρυσό, θα είναι δηλαδή $\beta/\gamma = \varphi$
και αυτό θα συνεχίζεται επ' άπειρον

Το αστέρι των Πυθαγορείων

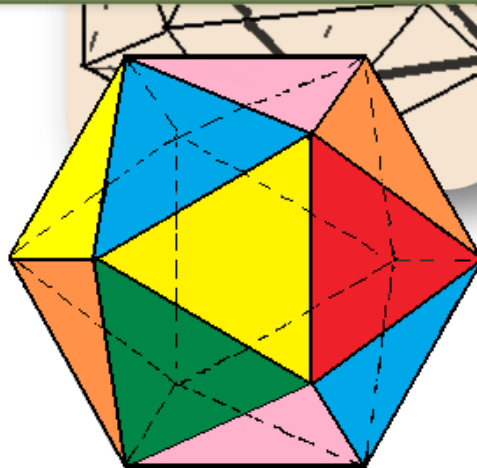
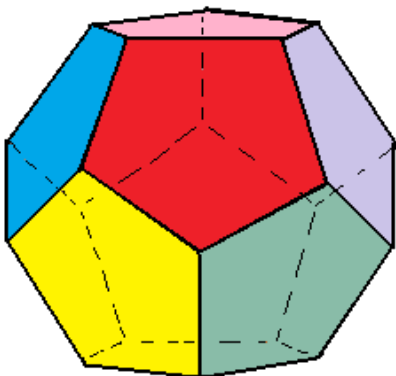


Το σύμβολο της αδελφότητας των Πυθαγορείων ήταν το «πεντάγραμμο», το αστέρι δηλαδή που σχηματίζεται από τις πέντε διαγώνιους του κανονικού πενταγώνου. Αποδεικνύεται ότι κάθε πλευρά του «πενταγράμμου» διαιρεί τις δύο άλλες σε χρυσή τομή. Κάθε γωνία του «πενταγράμμου» είναι 36°

Κανονικά πεντάγωνο δεκάγωνο

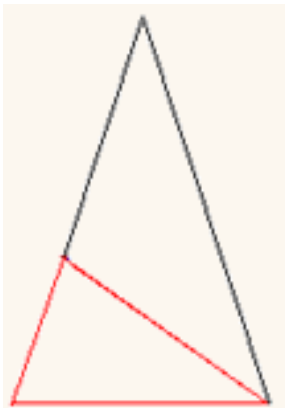
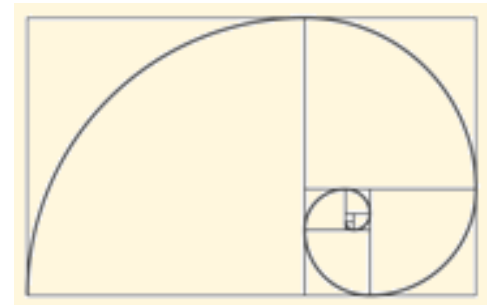
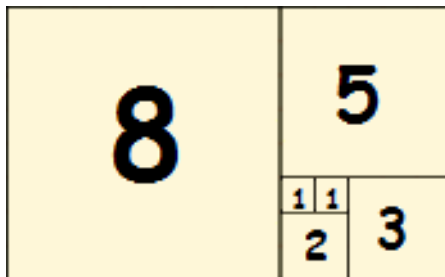


Κανονικά δωδεκάεδρο-εικοσάεδρο



Λογαριθμική Έλिका

Εάν αντί να χρησιμοποιήσουμε το ψαλίδι σχεδιάσουμε πάνω στο αρχικό ορθογώνιο τις τομές και σε κάθε τετράγωνο που δημιουργείται σχεδιάσουμε τα αντίστοιχα τεταρτοκύκλια θα έχουμε αρχίσει να φτιάχνουμε το χρυσό ελικοειδές.

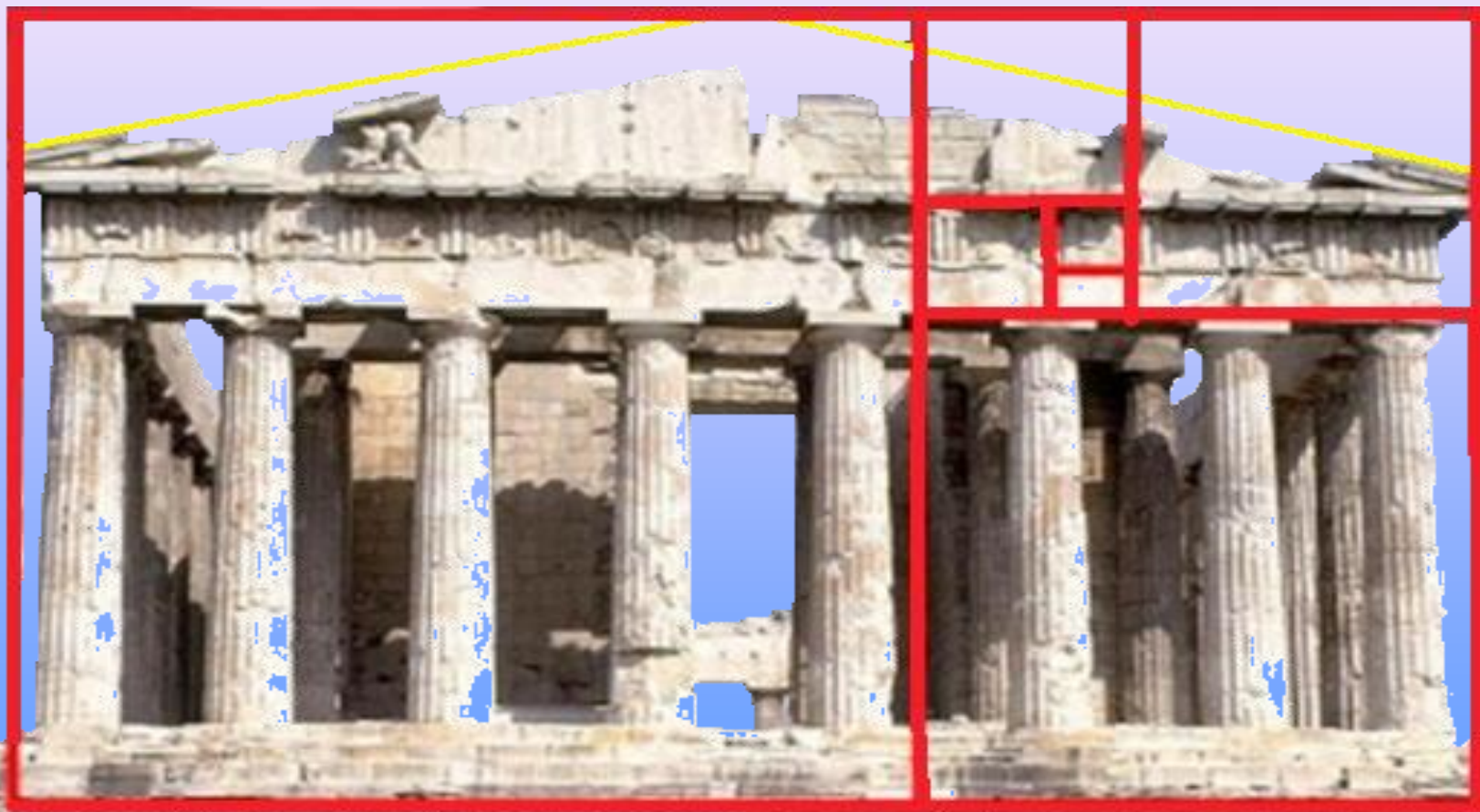


Η χρυσή τομή στη τέχνη

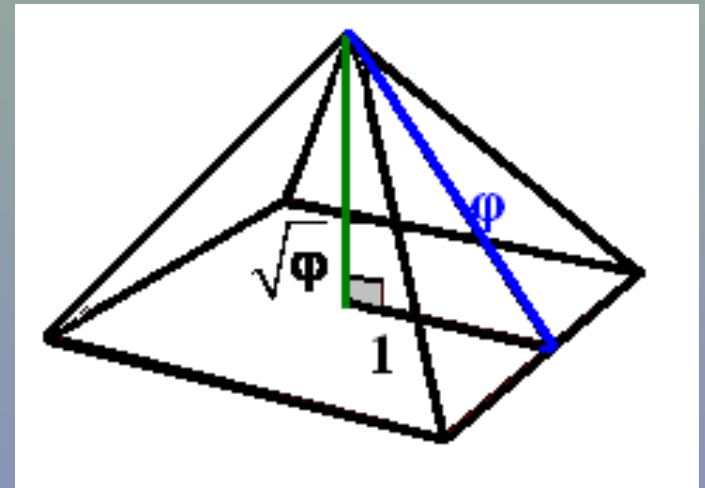
Θεωρείται ότι δίνει
αρμονικές αναλογίες
και για το λόγο αυτό έχει
χρησιμοποιηθεί
στην αρχιτεκτονική και
τη ζωγραφική,
τόσο κατά την αρχαία
Ελλάδα όσο και κατά
την Αναγέννηση

**Η χρυσή τομή στον
Παρθενώνα
Με βάση το χρυσό λόγο
δημιουργήθηκαν πολλά
έργα της κλασσικής
εποχής, όπως
ο Παρθενών.**

ΠΑΡΘΕΝΩΝ



ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ



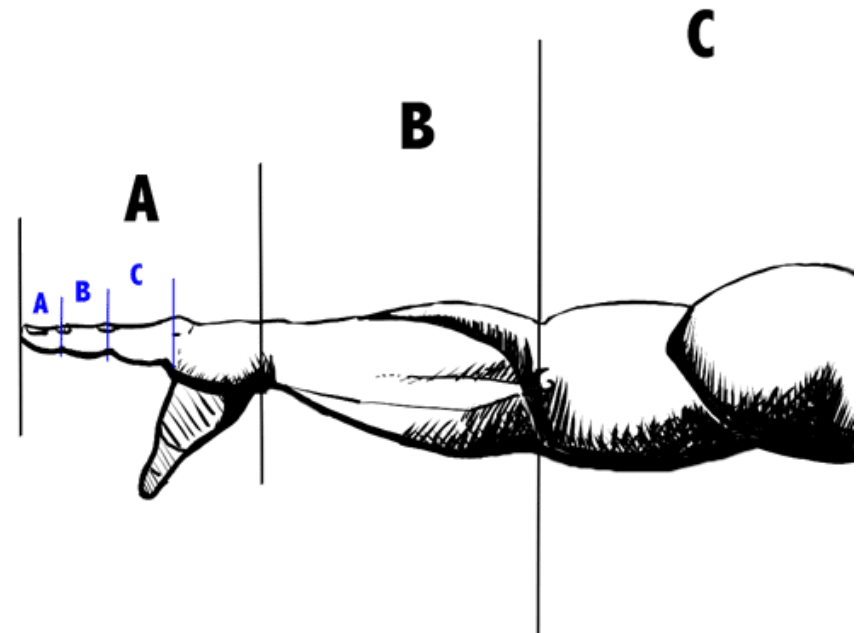
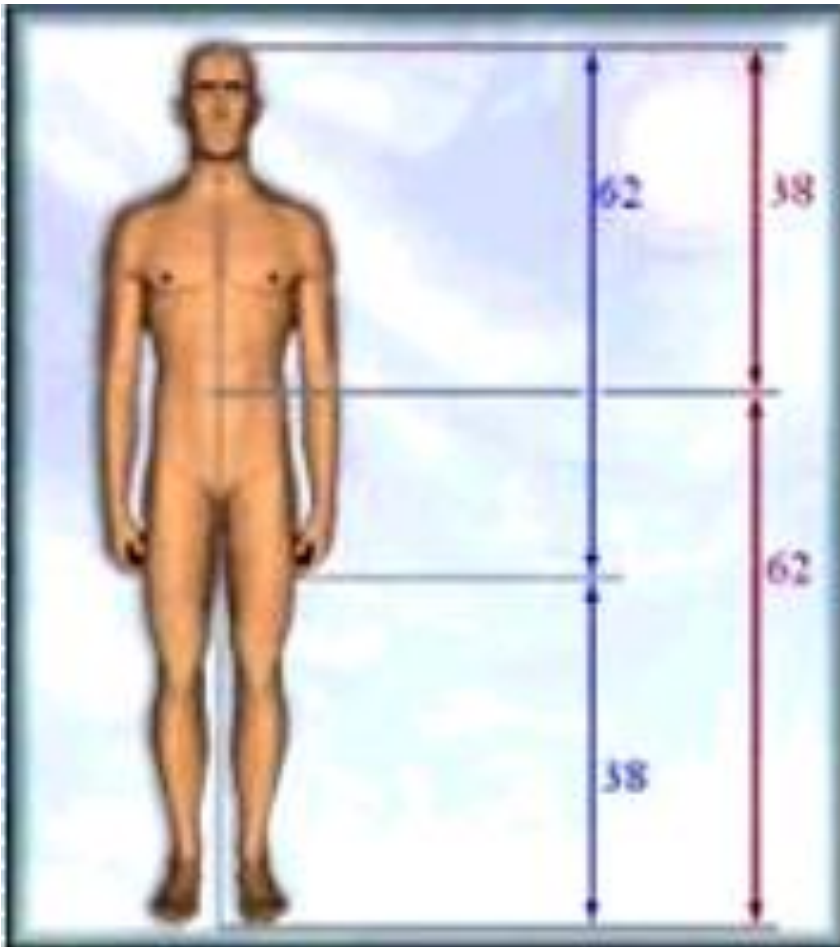
Την ίδια αυτή αναλογία ξαναβρήκαν οι επιστήμονες του Ναπολέοντα στην Αίγυπτο όταν μέτρησαν τις Πυραμίδες

Leonardo da Vinci

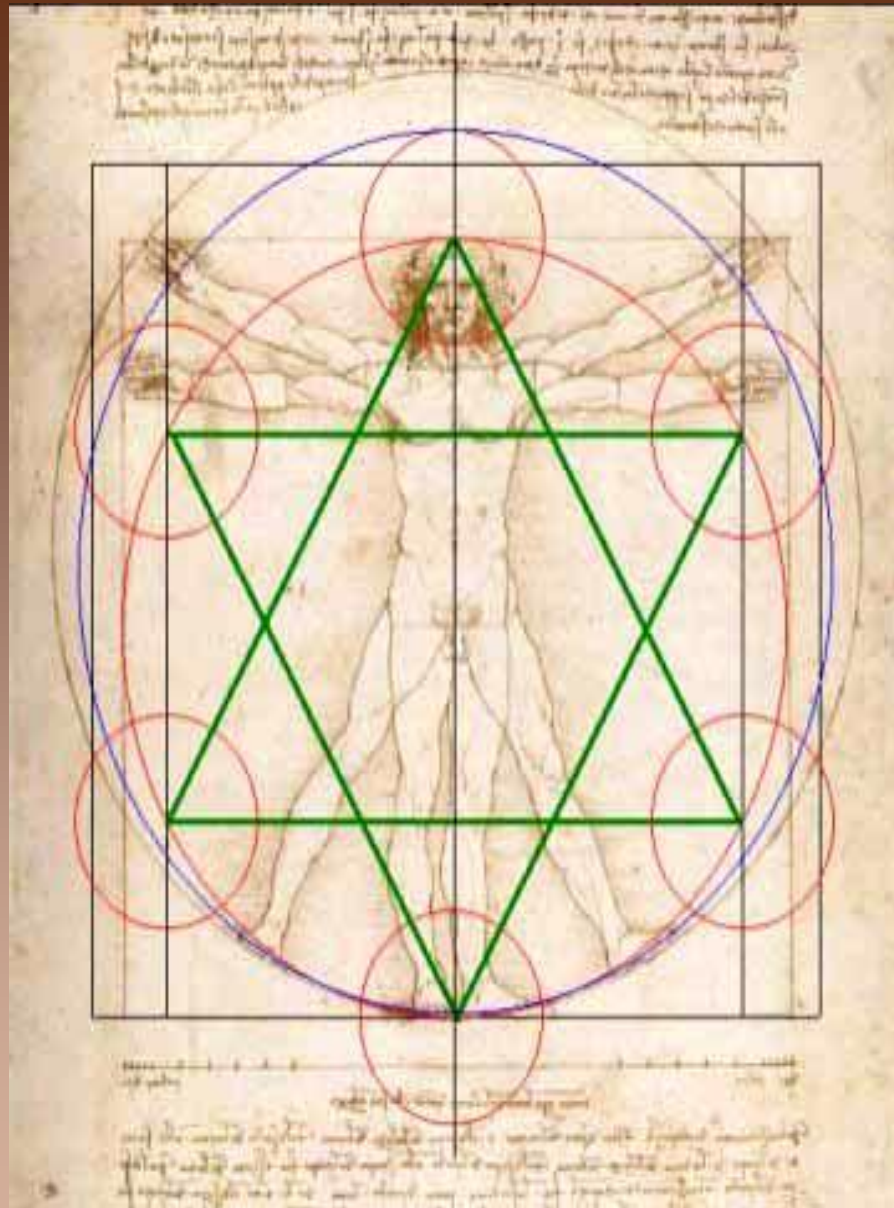
Ο Leonardo da Vinci μας δίδαξε ότι εάν το ύψος οποιουδήποτε ανθρώπου διαιρεθεί με το ύψος στο οποίο βρίσκεται ο αφαλός του το αποτέλεσμα θα είναι ίσο με φ .

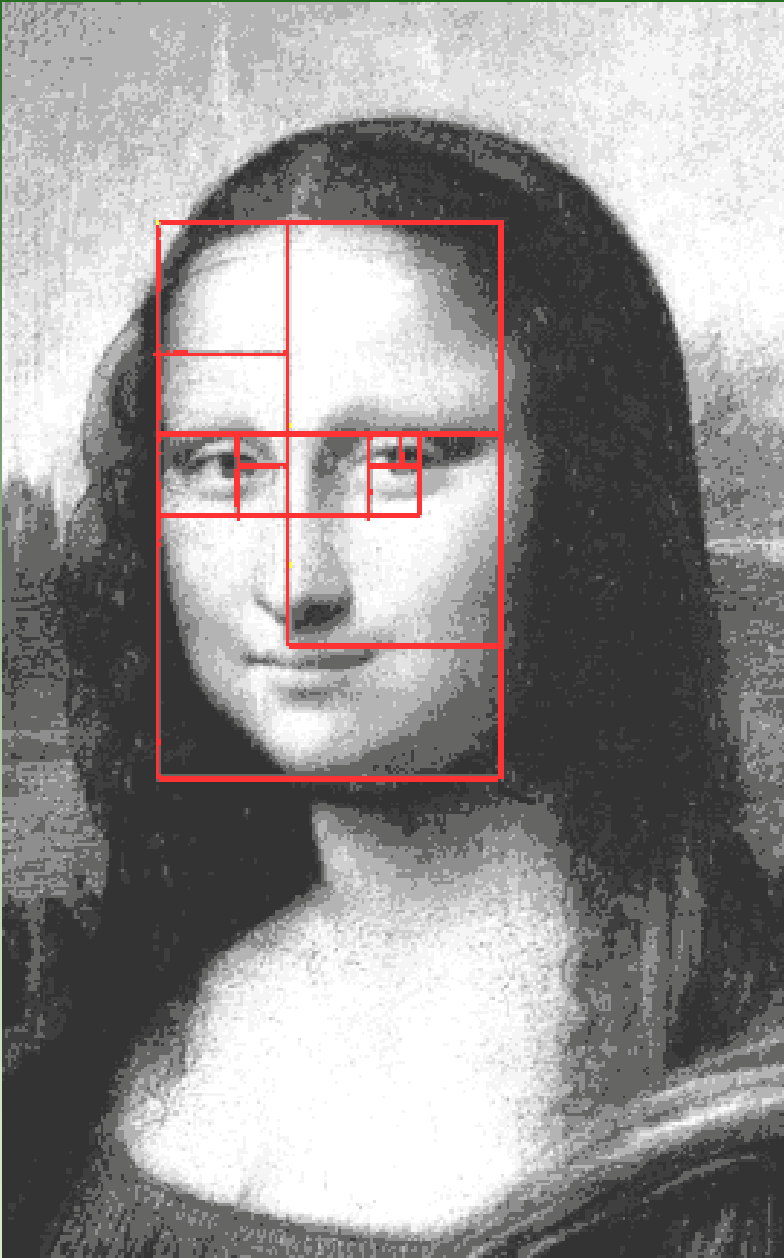
Χρησιμοποίησε δε τον χρυσό κανόνα στην δημιουργία έργων του, όπως ο Βιτρούβιος, αλλά και η Μόνα Λίζα. Στην ευρωπαϊκή παράδοση ο όρος «χρυσή τομή» κάνει την εμφάνισή του στο έργο του Leonardo da Vinci στη λατινική γλώσσα ως **sectio aurea**

Ανθρώπινο σώμα



Ακολουθώντας τα βήματα του αρχιτέκτονα της Αναγέννησης Λεόν Μπατίστα Αλμπέρτι και του γλύπτη Αντόνιο Φιλαρέτε, ο Λεονάρντο πίστευε ότι υπάρχει στενή σχέση ανάμεσα στην ανατομία και την αρχιτεκτονική. Τη δεκαετία του 1480, όταν προσέφερε τις υπηρεσίες του στον δούκα του Μιλάνου, εμπάθυνε στη σχέση των δύο επιστημών και δημιούργησε το διάσημο σχέδιο το 1487. Το σχέδιο αυτό βασίστηκε στην πραγματεία που είχε γράψει για το ανθρώπινο σώμα ο Ρωμαίος αρχιτέκτονας Μάρκος Πολλίωνας Βιτρούβιος.



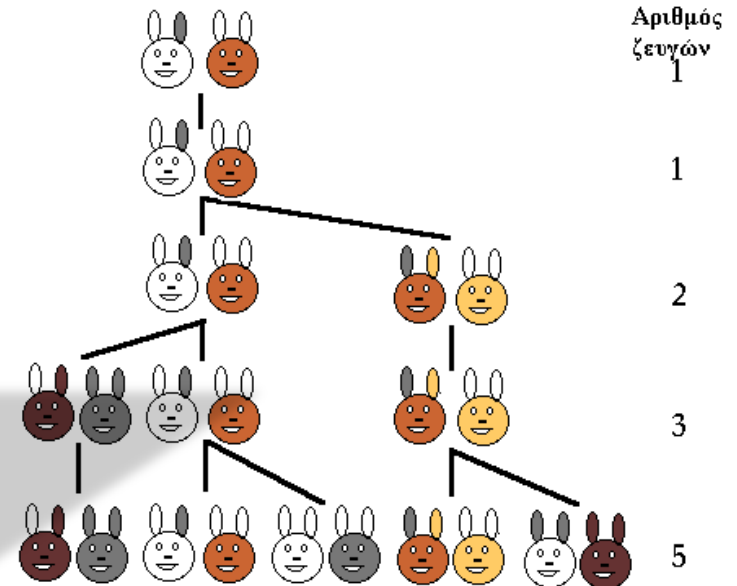


- Ακολουθία Fibonacci -

Θεωρούμε ένα νεογέννητο ζευγάρι κουνέλια (αρσενικό-θηλυκό). Τα κουνέλια είναι ικανά για πολλαπλασιασμό μετά από ένα μήνα από τη γέννηση του και στο τέλος του δεύτερου μήνα το θηλυκό γεννά ένα νέο ζευγάρι κουνελιών. Θεωρώντας ότι τα κουνέλια δεν πεθαίνουν και ότι τα θηλυκά πάντα είναι ικανά για τεκνοποιία, πόσα κουνέλια θα υπάρχουν μετά από ένα έτος;



Leonardo Pisano ή
Fibonacci
1170 - 1250 μ..Χ.



- Ακολουθία Fibonacci -



$$\frac{f_{n+1}}{f_n} \approx \varphi$$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,
21, 34, 55, 89, 144...

$$f_n = \frac{\varphi^n - (1-\varphi)^n}{\sqrt{5}}$$

Ο χρυσός κανόνας στη φύση

Ο «χρυσός κανόνας» αποκαλύπτεται
ότι υπάρχει παντού στη φύση
ως η βέλτιστη επιλογή ανάπτυξης



ΓΑΛΑΞΙΕΣ

ΣΤΑ ΖΩΑ

- Ο χρυσός αριθμός είναι παράγοντας ανάπτυξης του οστρακοειδούς ναυτίλου

Στον αριθμό της σπείρας που μπορούμε να μετρήσουμε αριστερά και δεξιά στους σπόρους των ηλίανθων, σε κάποια φυτά του γένους *ranunculus*, ενώ οι μαργαρίτες και οι ηλίανθοι συνήθως έχουν 13, 21, 34, 55 ή 85 πέταλα...) και στον αριθμό των ανθών στα σπιράλ του κουνουπιδιού και του μπρόκολου



Το σπιράλ που σχεδιάζει η φύση και το διακρίνουμε στα κουκουνάρια, στα κοχύλια, στα ηλιοτρόπια και στους τρόπους με τους οποίους διευθετούνται τα πέταλα, τα φύλλα και τα κλαδιά ποικίλων προσωρινών κατοίκων της γήινης βιόσφαιρας



Ο χρυσός αριθμός στο μελίτσι

Το γενεαλογικό δέντρο του κηφήνα είναι μια ακολουθία Φιμπονάτσι!

Και όχι μόνο αυτό

Το 1966, ο Νταγκ Γιανέγκα, από το Μουσείο Έρευνας στην Εντομολογία του Πανεπιστημίου της Καλιφόρνιας, ανακάλυψε ότι η αναλογία που υφίσταται ανάμεσα σε εργάτριες μέλισσες και κηφήνες σε ένα μελίτσι προσεγγίζει το χρυσό αριθμό φ .

Η σημασία του αριθμού φ

- Τι το ιδιαίτερο έχει, λοιπόν, αυτός ο αριθμός;
- Σε τι διαφέρει από τους άλλους;
- Όπως ο π (3,141592...) εκφράζει το πιο τέλειο γεωμετρικό σχήμα, τη σφαίρα, έτσι και ο φ (1,618033...) είναι ο αριθμός της ομορφιάς
- Ο μοναχός του 15ου αιώνα Λούκα Πατσιόλι, επηρεασμένος από την αντίληψη της εποχής ότι οι νέες γνώσεις της επιστήμης έπρεπε να ενταχθούν στο εκκλησιαστικό δόγμα, τον ονόμασε Η θεία αναλογία
- Πού αναφέρεται αυτή η φράση, που θα ταίριαζε μάλλον σε αλχημιστή ή αποκρυφιστή παρά σε μαθηματικό;
- Στο «χρυσό αριθμό», ονομασία που αποδίδεται στον Λεονάρντο Ντα Βίντσι
- Αιώνες αργότερα, ο Αμερικανός μαθηματικός Μαρκ Μπαρ θα τον προσδιόριζε με το ελληνικό γράμμα φι, προς τιμήν του γλύπτη Φειδία, ο οποίος με βάση αυτόν τον αριθμό δημιούργησε τα έργα του

A) ΜΑΝΤΟΝΑ ΤΩΝ ΒΡΑΧΩΝ

Στον πίνακα που εκτίθεται στο Λούβρο ο λόγος του ύψους προς το πλάτος είναι περίπου 1,64. Ο λόγος αυτός ονομάζεται «Μαντόνα και έρως» και είναι περιτριγυρισμένος από τον χρυσό λόγο. Οι διαστάσεις του πίνακα δίνουν λόγο ύψους προς πλάτος που είναι ο χρυσός αριθμός. Ο χρυσός αριθμός βρίσκεται πιο εύκολα μελετώντας οι οποίες

δύο λόγοι
επηρεάζουν το
«Mantegna Trinita»
είναι οι τρεις
...
αρκητές
επισημασμένοι



Leonardo

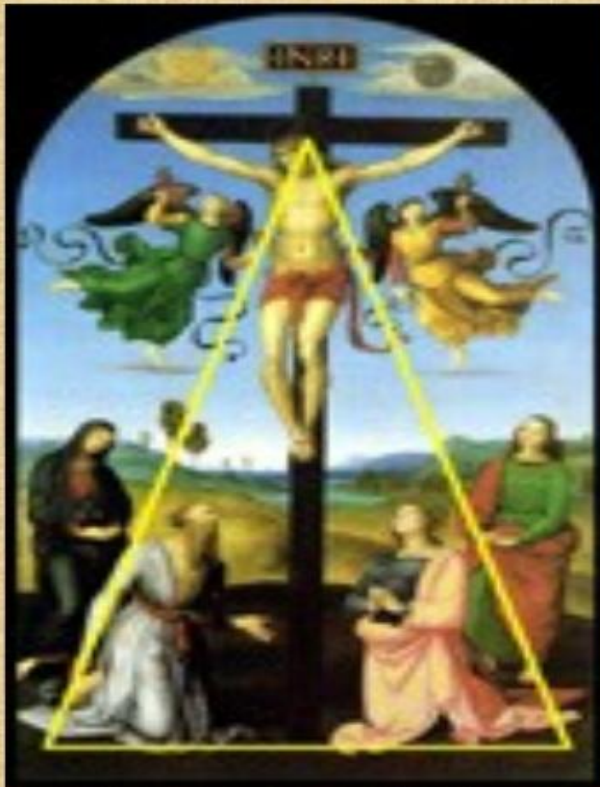
1 : 1.618

ΑΓΙΟΣ ΙΕΡΩΝΥΜΟΣ



Η ΣΤΑΥΡΩΣΗ-ΡΑΦΗΛ

Raphael(1483-1530)
Η Σταύρωση



Το Χρυσό τρίγωνο



Η Χρυσή πεντάλφα

Η ΑΓΙΑ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ-MICHELANGELO



MONA LIZA-LEONARDO DA VINCI



